ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 NOVEMBRE 1915.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur les travaux astronomiques de Peiresc.* Note de M. G. Bigourdan.

Les efforts de Peiresc, pour faire observer l'éclipse de Lune du 27 août 1635, furent couronnés de succès, car, suivant la remarque de Boulliau, aucune éclipse n'avait eu encore autant d'observateurs. Elle fut suivie, en effet, non seulement dans beaucoup de lieux de l'Europe occidentale, mais aussi au Caire par le P. Agathange aidé de Jean Molini, drogman vénitien, et à Alep par les PP. Célestin et Michelange, confirmés par Balthazar Claret.

Un résultat capital des observations d'Alep et du Caire fut de diminuer de plus de 1000^{km} la longueur alors admise de la Méditerranée, comptée de Marseille vers l'Orient, et pour laquelle on acceptait encore les longitudes de Cl. Ptolémée. En outre, Peiresc, aidé de Gassendi, tira de là des conclusions pratiques importantes pour la navigation.

L'énormité même de cette erreur frappa beaucoup d'esprits, et le 26 mai 1636 Gabriel Naudé, qui alors habitait l'Italie, écrivait à Peiresc (P. — C_2, XIII, 73) :

Elle [Son Eminence le cardinal Fr. Barberini, neveu d'Urbain VIII] a eu grand plaisir de voir tant d'observations d'Eclypses que vous avés faict faire par tout le monde, et en a fort estimé la consequence, comme en effet elle me semble telle qu'elle vous doibt encourager, Monsieur, de faire poursuivre ces observations en tous lieux et par toute sorte de moyens, pendant que vous avés M. Gassendi....

En réalité, Peiresc, devançant cette suggestion de G. Naudé, avait plusieurs fois demandé à Gassendi de rédiger de telles instructions.

Il ne semble pas que Gassendi ait rédigé les *Instructions* détaillées que Peiresc lui demandait; mais d'après Bougerel il composa un Mémoire instructif pour deux missionnaires qui allaient à la Seyde, près de l'ancienne Tyr.

Quelque encourageants que fussent les résultats obtenus par les éclipses de 1635, Peiresc ne se dissimulait pas combien étaient imparfaites les observations si importantes faites au Levant, à cause de l'inexpérience des observateurs.

Il fallait donc chercher des hommes de bonne volonté, les attirer, les exercer, enfin exciter le zèle et le courage de ceux qui ne pouvaient quitter les régions éloignées où ils se trouvaient; et Peiresc s'y employa avec une ardeur extraordinaire.

D'abord il s'adressa à Rome, et à sa demande les Supérieurs généraux des Dominicains et des Jésuites recommandèrent à leurs religieux les observations demandées; ensuite il attira chez lui, pour les exercer, tous ceux dont il pouvait espérer le concours, et particulièrement les religieux qui, passant par Marseille, allaient rejoindre leurs missions ou en revenaient; de sorte qu'à cette époque sa maison devint une véritable école d'Astronomie pratique, où d'ailleurs, comme on l'a vu, il avait exercé déjà tous ceux qui l'entouraient et où s'étaient formés Agarrat, Corberan, etc.

En 1629 et 1630, Fr. de Galaup avait séjourné plus de 6 mois chez lui, s'exerçant aux observations, en vue, sans doute, du séjour qu'il devait faire dans le Liban.

En 1635, le P. Théophile Minuti était venu observer avec Peiresc l'éclipse de Lune du 27 août pour « y sçavoir travailler une aultre foys, s'il estoit en Levant, comme il ne luy en manque pas de bonne envie ».

De nombreux missionnaires passsèrent de même par Aix et purent s'y exercer aux observations; certains y reçurent les leçons de Gassendi. Ainsi nous trouvons chez Peiresc les missionnaires capucins César de Rosgoff et Gilles de Loches en 1633 (P. — Ap. de V., 325, 329); mais c'est surtout en 1636 qu'ils sont nombreux : les PP. Agathange de Morlaix (321), Charles François d'Angers (326, 336), Ephrem de Nevers (328), Léonard de la Tour (334), Maclou de Pontoise (334), Pierre de Guingamp (321), Pierre de Morlaix (336), Zacharie de Nogent (326, 336), etc.

Dès qu'un observateur jeune donnait des preuves de bonne volonté,

Peiresc l'enrôlait; ainsi en 1634 il écrivait à Gassendi (P. — C$_1$. IV, 430-431) :

Le jeune frere de Mr de Lambert qui avoit faict faire, et qui avoit marqué de sa main le grand quart de cercle de fer que vous avez veu céans, est enfin revenu et promet de se mettre à faire des observations. Il ne tiendra pas à moy que je ne l'y embarque comme Corberan, et leur feray preparer des images de lune ecclypsée pour les pouvoir présenter soubs la lunette et disposer son quart de cercle à prendre les haulteurs, ensemble quelque aultre bon instrument pour suyvre voz ordres de plus prez que nous pourrons....

Il essayait même d'attirer de fort loin des astronomes pour les envoyer en mission. Tel fut le cas du jeune Berti, dont les observations d'une éclipse de 1635, faites à Rome, lui avaient paru plus complètes que celles des autres astronomes. Comme d'abord on ne lui avait pas dit le nom de cet observateur, il s'en informe de tous côtés auprès de ses correspondants, et, tout heureux de le connaître enfin, il écrit à Gassendi (23 novembre 1635) :

C'est un jeune homme de bonne *voglia* (1) nommé Gasparo Berti (2) de qui on pourra disposer librement à l'advenir, dont je manqueray pas d'accepter les offres, et de l'engager à observer les eclipses de l'année prochaine, et de n'y rien obmettre de ce qu'il fault, et de nous envoyer à l'advance des observations de la haulteur du soleil au solstice prochain, et de l'estoille polaire en mesme temps durant les 3 ou 4 jours plus voisins devant et aprez. Et fault voir si on le pourroit desbaucher ou allecher à faire des observations ordinaires et d'entreprendre de celles du Mercure et de la Lune avec les fixes pour voir s'il y auroit des parallaxes considérables; en un besoing il seroit bien homme à pouvoir passer en Levant....

Tout en se préoccupant beaucoup des longitudes, dont les erreurs étaient énormes, à nos portes même, Peiresc ne négligeait pas les latitudes, comme on l'a vu déjà par quelques extraits de ses lettres. Il recommandait surtout de les déterminer par les hauteurs méridiennes du Soleil, particulièrement au solstice d'été, en employant le gnomon qui alors pouvait lutter avantageusement, quant à la précision, avec les meilleurs instruments de l'époque. Et il donne l'exemple lui-même, avec Gassendi, en répétant à Marseille, lors du solstice d'été de 1636, la mémorable observation de Pythéas.

---

(1) Volonté.

(2) Holstenius avait fait à Peiresc de grands éloges de G. Berti.

Déjà l'année précédente, cette observation lui avait été demandée par Wendelin pour élucider la question, à peine effleurée alors, de la variation de l'obliquité de l'écliptique. Diverses circonstances accidentelles ayant empêché cette observation, elle fut faite en 1636. Le choix d'un endroit commode présenta quelques difficultés. Finalement on se décida pour l'église, alors en construction, du collège de l'Oratoire, et où, avec l'agrément des religieux et des consuls, Peiresc fit abattre quelques pans de muraille, percer le toit et déplacer un plancher. Voici d'ailleurs ce qu'il en écrit à d'Arcos le 20 juillet 1636 :

Nous y fismes dresser dans une matinée une machine de 18 canes de diamettre, dont le style avoit plus de IX canes de haulteur, et estoit divisé en plus de 80 mille parties recognoissables en sorte qu'on pouvoit recognoistre et determiner la difference de celle où arrivoit precisement l'ombre solaire, exclusivement aux autres parties tant du dessus que du dessoubs. Et cela se fit si dextrement et à si peu de fraiz [1], que touts ceux qui s'y trouverent en furent ravis. Nous ne fismes que percer le toict d'un bastiment fort hault de trois ou 4 estages, et recevoir le rayon du soleil au plus bas, ayant adjusté bien a plomb et à angles droicts la ligne meridienne qui fust tirée en bas, et ayant faict eslever des briques de IX canes de hault pour mesurer plus exactement l'espace d'entre le trou du toict et le fonds de l'angle inferieur de la ligne meridienne. Pithœas n'avoit observé qu'avec un style divisé en 600 parties. Tant est que la supputation s'est trouvée si conforme à celle de Pithœas avec tant soit peu de diversité, gaignée successivement par tant de siecles, que cela servira grandement à confirmer la certitude des fondements qui se sont prins pour regler touts les mouvements celestes et toute la geographie.

Ces observations furent immédiatement communiquées à Wendelin, mais leur publication n'eut lieu qu'en 1658 [2], après la mort de Gassendi, et Requier soupçonne même qu'elles ne furent pas très satisfaisantes. La hauteur du gnomon était de 51 pieds 8 doigts 4 lignes o partie ou 89328 parties (douzièmes de ligne) et l'ombre fut trouvée de 31750 parties; en négligeant la réfraction et supposant le parallaxe solaire égale à 20″, on trouva ainsi 70°11′15″ pour la hauteur solsticiale du centre du Soleil, soit 41°19′9″ pour la latitude; l'obliquité de l'écliptique était prise de

---

(1) Ces frais furent faits par la Ville qui préludait ainsi aux sacrifices qu'elle s'est imposés généreusement depuis pour soutenir le bon renom de l'Astronomie marseillaise.

(2) *Proportio Gnomonis ad solstitialem umbram observata Massiliæ*, Anno MDCXXXVI, pro Wendelini voto. Epistolæ tres cum insertis quibusdam aliis. Hagæ-Comitis 1656, in-4° et *Gass.*, *op.* IV, 1658, p. 523.

23°30′24″. La latitude aujourd'hui admise pour Marseille ([1]) (ancien observatoire) est 43°17′52″. On voit que le soupçon de Requier n'était pas fondé et que l'observation est remarquablement exacte; même quand on compare les valeurs obtenues à cette occasion pour la latitude de Marseille par des hauteurs méridiennes du Soleil, de Mars, de Saturne et de diverses étoiles, on est surpris qu'un quart de cercle à pinnules ait pu donner des résultats aussi concordants.

Pour le même rapport du gnomon à l'ombre, Pythéas avait obtenu $\frac{120}{41\frac{4}{5}}$ ou $\frac{120}{41\frac{7}{12}}$ suivant l'interprétation que l'on donne au texte de Strabon, et sur laquelle on n'est pas d'accord. Il serait trop long de rapporter en détail les discussions qui ont eu lieu à ce sujet; on pourra consulter J.-D. Cassini ([2]) et le Chevalier de Louville ([3]) qui, avec des quarts de cercle, répétèrent à Marseille l'observation de Pythéas. Laplace ([4]), qui adopte $\frac{120}{41\frac{4}{6}}$, trouve pour Marseille, après correction de la réfraction et de la parallaxe, une latitude de 43°17′49″ et 23°49′20″ pour l'obliquité de l'écliptique, en excès de 3′13″ sur celle que lui donnait la théorie.

Cette observation fut pour Peiresc l'occasion de signaler aux marins de Marseille la correction de la longueur de la Méditerranée, déduite des observations de l'éclipse de lune du 27 août 1635. Voici ce qu'il écrivait à d'Arcos le 20 juillet 1636 pour l'encourager à faire des observations astronomiques (P. — C_1. VII, 182) :

Les plus expers mariniers de Marseille qui se trouverent à cette observation, et ceux mesmes qui font les cartes marines estoient ravis, et quasi hors d'eux de voir résouldre si facilement la difficulté qu'ils n'avoient jamais sceu entendre ne comprendre, pourquoy il leur falloit donner un quart de vent à la gauche en leur course de ponant en levant jusques en Candie, et deux quarts de la Candie en Cypre et par

---

([1]) Au moyen de distances prises sur un plan de Marseille, on peut ramener facilement à la latitude de l'Observatoire actuel celle obtenue en 1636. Nous comptons avoir plus tard l'occasion de faire également cette réduction pour les observatoires de Chazelles, du P. Feuillée, etc.

([2]) *Observations sur la longitude et la latitude de Marseille* [*Mémoires de l'Acad. R. des Sciences*, depuis 1666 jusqu'à 1699 (*Anc. Mém. Acad.*), X, 38...].

([3]) *Histoire de l'Acad. R. des Sciences.* Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique (*Mém. Acad.*), année 1716, H., p. 48.

([4]) *Mémoire sur la diminution de l'obliquité de l'écliptique qui résulte des observations anciennes* [*Connaissance des Temps* (*C. des T.*) *pour* 1811, p. 429-450].

de là, et qu'au retour il en falloit faire aultant et du mesme costé, dont verrez la demonstration bien claire et bien facile en l'extraict que j'ay fait transcrire pour l'amour de vous, d'une lettre de M[r] Gassend, à un autre des plus grands hommes du siècle à la requisition duquel nous avions faict cette observation du solstice dans Marseille mesmes, et sur le cottault le plus eslevé de la ville selon son desir.

Ce qui estonnoit davantage ces Mess[rs] estoit quand je leur disois que pour tirer ces belles consequences pouvoit quasi suffire la lettre d'un marchand de ce païs....

Tant d'efforts promettaient une abondante moisson dans un champ encore presque inexploré. Mais Peiresc, dont la santé s'affaiblissait rapidement, mourut le 24 juin 1637, et avec lui s'évanouirent les nobles projets qu'il soutenait de sa fortune personnelle. L'État, il est vrai, aurait pu facilement les faire fructifier; mais comme sa marine était encore peu importante, il méconnaissait alors le besoin de perfectionner la Géographie; et les sociétés savantes, qui auraient pu le remplacer, étaient à peine naissantes.

Jusqu'à la fin, Peiresc fut dévoué à l'Astronomie. La veille même de sa mort il pria Gassendi, qui ne le quittait plus, d'observer la hauteur méridienne du Soleil; et il s'informa si le solstice avait été bien observé. En outre, par testament fait deux jours avant sa mort, il fit les legs suivants à des astronomes de son entourage :

A Gassendi : tous ses instruments et livres de mathématiques, plus cent volumes de ses autres livres, au choix, ainsi que le portrait de Wendelin;
Au P. Th. Minuti : 500[#] pour œuvres pies;
A Nicolas Lombard : 500[#];
A Antoine Agarrat : 300[#].

ÉLECTROMÉCANIQUE. — *Systèmes oscillants à amortissement discontinu. Application aux galvanomètres.* Note [1] de MM. **A. Blondel** et **F. Carbenay.**

Nous nous proposons d'étudier les systèmes oscillants amortis : 1° par un couple résistant constant en valeur absolue mais changeant de signe avec la déviation; 2° par un couple résistant directement proportionnel à la vitesse angulaire $A\frac{d\theta}{dt}$. Certains appareils oscillant sur pivots, l'indi-

---

[1] Séance du 26 octobre 1915.

cateur de Watt, etc. sont des exemples de tels systèmes soumis à la fois à des forces de frottement de solides et à la résistance de l'air.

I. *Mouvement libre.* — Soient : K le moment d'inertie, par rapport à l'axe, de la partie mobile ; $A\frac{d\theta}{dt}$ le couple résistant proportionnel à la vitesse angulaire ; $\pm D$ le couple résistant discontinu constant pour un signe déterminé de $\frac{d\theta}{dt}$; $C\theta$ le couple directeur ; $\varepsilon = \frac{D}{C}$ un rapport que nous appellerons l'*angle limite d'incertitude*.

L'équation générale du mouvement libre est

$$K\frac{d^2\theta}{dt^2} + A\frac{d\theta}{dt} + C(\theta \pm \varepsilon) = 0, \tag{1}$$

ε étant précédé du signe +, quand $\frac{d\theta}{dt} > 0$, et du signe −, dans le cas contraire $\left(\varepsilon \text{ passe par zéro quand } \frac{d\theta}{dt} = 0\right)$.

Premier cas : $A^2 - 4KC < 0$. — Le système a une infinité de positions d'équilibre statique, comprises entre $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$.

Dans les oscillations, tout se passe comme si le mouvement était simplement amorti en raison directe de la vitesse, par rapport à une position d'équilibre définie par $\theta = \mp\varepsilon$ suivant que $\frac{d\theta}{dt} \gtrless 0$.

Soient : δ le décrément logarithmique des oscillations libres $\left(\text{si l'amortissement } A\frac{d\theta}{dt} \text{ existait seul } \delta = \frac{A}{2K}\frac{T}{2}\right)$, et (θ_n) la valeur absolue de l'élongation θ_n.

Il résulte de ce qui précède que

$$(\theta_n) + \varepsilon = [(\theta_{n-1}) - \varepsilon]\, e^{-\delta}, \tag{2}$$

d'où

$$(\theta_n) = (\theta_{n-p})\, e^{-p\delta} - \varepsilon\frac{1 + e^{-\delta}}{1 - e^{-\delta}}[1 - e^{-p\delta}], \tag{2'}$$

par suite

$$(\theta_m) - (\theta_n) = [(\theta_{m-p}) - (\theta_{n-p})]\, e^{-p\delta},$$

$$\delta = \frac{1}{p}\,L_e\frac{(\theta_{m-p}) - (\theta_{n-p})}{(\theta_m) - (\theta_n)}. \tag{3}$$

Ainsi, il sera facile de déterminer expérimentalement le décrément et,

par suite, le coefficient d'amortissement A sans connaître, *a priori*, la partie constante D du couple de frottement. Il suffira de trois lectures seulement si l'on fait $n - p = m$.

D'autre part, l'équation (2') détermine l'angle limite d'incertitude

$$(4) \qquad \varepsilon = \frac{(\theta_{n-p}) - (\theta_n)\, e^{p\delta}}{1 - e^{p\delta}} \, \frac{1 - e^{\delta}}{1 + e^{\delta}}.$$

Si l'amortissement proportionnel à la vitesse est très faible, on peut admettre $1 + e^{\delta} = 2$; d'où

$$(5) \qquad \begin{cases} \varepsilon = \dfrac{(\theta_{n-p}) - (\theta_n)\, e^{p\delta}}{2} \lim\limits_{\delta=0} \dfrac{1 - e^{\delta}}{1 - e^{p\delta}} = \dfrac{(\theta_{n-p}) - (\theta_n)\, e^{p\delta}}{2p}, \\ \varepsilon = \dfrac{1}{2p} \, \dfrac{(\theta_m)(\theta_{n-p}) - (\theta_n)(\theta_{m-p})}{(\theta_m) - (\theta_n)}. \end{cases}$$

Si δ est nul, c'est-à-dire s'il n'existe pas d'amortissement proportionnel à la vitesse, l'équation (2) montre que les élongations successives *décroissent linéairement* (¹); la différence des valeurs absolues de deux élongations consécutives est égale au double de l'angle limite.

Dans le cas présent $A^2 - 4KC < 0$, le système dévié de (θ_1) à l'instant t_1 s'arrête au temps $t_1 + \tau$ fini. Étant donnés δ, ε et θ_1 on peut se proposer de calculer τ; dans l'équation (2') faisons $p = n - 1$, on a

$$(\theta_n) = \theta_1 \, e^{-(n-1)\delta} - \varepsilon \frac{1 + e^{-\delta}}{1 - e^{-\delta}} \left[1 - e^{-(n-1)\delta}\right].$$

Or, il existe un nombre entier $n = N$, et un seul, tel que

$$0 \leq (\theta_N) \leq \varepsilon,$$

et l'on voit facilement, en désignant par T la pseudo-période $\dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{C}{K} - \left(\dfrac{A}{2K}\right)^2}}$, que

$$\tau = (N - 1)\frac{T}{2}.$$

(¹) Ceci résulte d'ailleurs de l'application immédiate du principe de la conservation de l'énergie; prenons comme limites d'intégration deux élongations consécutives :

$$\int_{\theta_2}^{\theta_1} (D\, d\theta + C\theta\, d\theta) = 0, \qquad \text{d'où} \qquad 2\frac{D}{C} = (\theta_1) - (\theta_2).$$

En particulier, si δ est très faible, N sera donné par les inégalités

$$0 \leqq (\theta_1) \frac{e^{-(N-1)\delta}}{\varepsilon} - 2(N-1) \leqq 1$$

et si δ est nul

$$0 \leqq \frac{(\theta_1)}{\varepsilon} - 2(N-1) \leqq 1.$$

Deuxième cas : $A^2 - 4KC \geqq 0$. — Le mouvement est apériodique. Si l'on abandonne le système dévié initialement d'un angle positif θ_1, l'équation du mouvement se réduit à

$$K \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C(\theta - \varepsilon) = 0.$$

Le mouvement est apériodique, avec une position d'équilibre définie par $\theta = \varepsilon$.

Contrairement au cas précédent, le système ne s'arrête qu'au bout d'un temps infini et à la position $\theta = \varepsilon$; il en résulte qu'on peut déterminer l'angle limite, en abandonnant le système dévié d'abord positivement, puis négativement.

Remarque. — Dans le cas particulier d'un galvanomètre, par exemple, on pourra déterminer l'angle limite ε par un procédé statique et relever la loi de variation linéaire θ en fonction de l'intensité du courant, dont on fera croître la valeur d'une manière continue et très lente. L'ordonnée, à l'origine de la droite ainsi obtenue,

$$C\theta + D = GI \qquad (\theta > 0),$$

mesure précisément l'angle limite et le coefficient angulaire de cette droite donne la valeur de la sensibilité statique

$$\gamma = \frac{d\theta}{dI} = \frac{G}{C}.$$

Quant à A, on le déterminera par la mesure de l'amplitude à la résonance comme nous le justifierons ultérieurement.

II. *Vérification expérimentale.* — Un système oscillant à frottement a été réalisé sous forme d'un oscillographe à fer doux pivoté entre crapaudines dans le champ d'un puissant solénoïde, isolé du sol par double suspension élastique; en modifiant l'intensité du courant inducteur, on fait varier à volonté la fréquence d'oscillations propres du barreau (qui lui est sensi-

blement proportionnelle au-dessous de la saturation) [1]. Ce barreau est soumis à un champ transversal produit par deux petites bobines dont l'axe est perpendiculaire à celui du solénoïde directeur. Les déviations étaient enregistrées photographiquement sur bande déroulée à vitesse constante.

Caractéristiques du barreau de fer doux. — Le barreau a les dimensions suivantes :

hauteur : $2^{mm},45$; largeur : $2^{mm},15$; épaisseur : $0^{mm},5$,

ce qui correspond à un moment d'inertie

$$K = 7,8 \frac{2,45 \times \overline{2,15}^3}{12} 0,5 \,.\, 10^{-5} = 7,9 \,.\, 10^{-5} \text{ C.G.S},$$

soit, pour tenir compte de l'axe et du petit miroir (de $\frac{8}{10}$ de millimètre de côté),

$$K = 8,5 \,.\, 10^{-5} \text{ C.G.S.}$$

Mesure des fréquences d'oscillations propres. — L'amortissement proportionnel à la vitesse du système étant très faible, nous avons adopté la méthode de résonance. On envoyait, dans l'enroulement déviant, du courant alternatif du secteur (50 ∼) en accordant le système à la résonance successivement avec les divers harmoniques; on note l'intensité I_n du courant traversant le solénoïde directeur quand le terme harmonique de rang n est en résonance. La fonction

$$n = f(I_n)$$

est très sensiblement linéaire pour les fréquences comprises entre 50 et 500 [2].

1° *Le barreau oscille dans l'air (à la pression atmosphérique).* — On constate un amortissement dû aux causes suivantes : *a*, frottement de l'axe du barreau contre les crapaudines; *b*, résistance de l'air; *c*, hystérésis magnétique et courants d'induction.

Quelques résultats caractéristiques sont consignés dans le Tableau ci-après :

---

[1] Cf. A. Blondel, *La Lumière électrique*, t. 18, 1912, p. 71.

[2] Le solénoïde directeur ne contenant pas de fer, le couple directeur $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, au-dessous de la saturation, est proportionnel à I^2 et imprime donc au barreau une fréquence d'oscillations propres proportionnelle à I.

Intensité du courant dans le solénoïde directeur.	Fréquence propre.	Décrément $\delta = \frac{1}{2p}\frac{(\theta_{m-p})-(\theta_m)}{(\theta_m)-(\theta_{m+p})}$ (en C.G.S.).	Coefficient d'amortissement $A = 4K\frac{\delta}{T}$ (en C.G.S.).	Angle limite $\varepsilon = \frac{1}{2p}\frac{\theta_m^2-(\theta_{m-p})(\theta_{m+p})}{(\theta_m)-(\theta_{m+p})}$ (en C.G.S.).	Couple constant de frottement $D = \varepsilon C = \frac{4\pi^2}{T^2}K\varepsilon$ (en C.G.S.).
amp 3....	60	$3,5.10^{-3}$	$7,15.10^{-5}$	$8,6 \;.10^{-3}$	103.10^{-3}
6....	120	4,6	18,8	2,15	103
9....	180	5,2	32	0,89	96

On voit que le décrément augmente avec la fréquence, de sorte que A en fonction de celle-ci a une allure parabolique. Ce résultat résulte en partie de l'amortissement par courants de Foucault qui, dans notre cas, est de la forme $a\mathcal{H}^2\frac{d\theta}{dt}$ ($\mathcal{H}$ étant l'intensité du champ directeur). Or, $\mathcal{H}$ étant proportionnel à la fréquence propre, au-dessous de la saturation du barreau, cet amortissement s'exprime par

$$a'\left(\frac{1}{T}\right)^2\frac{d\theta}{dt}.$$

Une autre partie de l'amortissement provient de l'hystérésis qui ne peut être défini dans le cas d'oscillations libres, puisque les cycles sont ouverts; au contraire, si les oscillations sont périodiques, l'amortissement caractérise l'énergie dépensée dans un cycle. On peut négliger ici l'amortissement par l'air.

2° *Le barreau oscille dans un liquide peu visqueux.* — Le tube contenant l'équipage étant rempli de benzine ou d'éther, on observe que l'amortissement de frottement du pivot devient négligeable devant l'amortissement dû à la résistance de la benzine. Le décrément, plus important, diminue maintenant avec la fréquence.

III. *Systèmes électriques analogues.* — Tout ce qu'on vient de dire pour les systèmes mécaniques trouve son application immédiate aux systèmes oscillants électriques par simple application des règles bien connues aux transformations qui permettent de passer par analogie des problèmes mécaniques aux problèmes électriques : la déviation est remplacée par une charge électrique, l'inertie par une self-induction, le couple directeur par une capacité, l'amortissement ordinaire A par une résistance et la résistance discontinue D sera alors une force contre-électromotrice E s'inversant avec le mouvement oscillatoire : (par exemple, celle qui se produit dans un

voltamètre mis en série dans le circuit oscillant). Les phénomènes oscillants électriques dans un tel circuit, abandonné à lui-même après charge préalable, suivent exactement les mêmes lois que celles exposées ci-dessus et peuvent être enregistrés par un oscillographe approprié et les méthodes qui permettront de déterminer les coefficients caractéristiques seront de simples décalques électriques de celles exposées ci-dessus.

M. Yves Delage fait hommage à l'Académie du Tome 16 (1911) de l'*Année biologique*, publiée sous sa direction.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de l'un de ses Membres qui devra occuper, dans la 1re Section de la *Commission technique de la Caisse des Recherches scientifiques* (*Section de Botanique*), la place vacante par le décès de M. *Édouard Prillieux*.

M. Guignard, Membre de la Section de Botanique, réunit la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Association française pour l'Avancement des Sciences, *Compte rendu* de la 43e session, Le Havre, 1914. Notes et Mémoires.

2° Le premier fascicule du *Journal des Observateurs*, publié par M. Henri Bourget, directeur de l'Observatoire de Marseille. (Présenté par M. B. Baillaud.)

3° *Riassunto generale dei lavori della Carta fotografica celeste alla Specola vaticana in data 1° gennaio* 1915. Nota del P. Giuseppe Lais, S. Ordinario. (Présenté par M. B. Baillaud.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les constituants transitifs de certains groupes à invariant bilinéaire ou quadratique dans un champ de Galois.* Note de M. **de Séguier**, présentée par M. Jordan.

Soient C un champ de Galois d'ordre $\pi = p^k$ (p premier); C′ le champ déduit de C par l'adjonction d'une racine υ d'équation quadratique irréductible dans C, a une forme de l'un des types

$$h = \Sigma_1^\nu (x_i y_i^\pi - y_i x_i^\pi) + \omega\eta x x^\pi \quad (\omega = \upsilon - \upsilon^\pi,\ \eta = 0 \text{ ou } 1),$$

$$g = \Sigma_1^\nu (x_i y'_i - y_i x'_i),$$

$$f = \Sigma_1^\nu (x_i y'_i + y_i x'_i) + x x' + \varepsilon y y' \quad (\varepsilon = 0 \text{ ou } 1),$$

$$q = \Sigma_1^\nu\ x_i y_i + \psi,$$

où les variables accentuées sont cogrédientes aux autres, où

$$\psi = c x^2 + b x y + c' y^2$$

est supposée irréductible dans C, ou réduite à x^2, ou nulle, et où le nombre n des variables de chaque série est supposé > 3; $A(n, \pi)$ le groupe de a, c'est-à-dire des substitutions linéaires (à coefficients dans C si $a = g$, f ou q, dans C′ si $a = h$) conservant a; $A'(n, \pi)$ celui des substitutions conservant a à un facteur près; $A^0(n, \pi)$ le diviseur de A formé des substitutions de déterminant 1 si $a = h$ ou si $a = q$ avec $p > 2$, et, si $a = q$ avec $p = 2$, l'unique diviseur d'indice 2 de A; $\mathcal{A}(n, \pi)$, $\mathcal{A}'(n, \pi)$, $\mathcal{A}^0(n, \pi)$ les groupes déduits de A, A′, A^0 en supposant les variables homogènes. Pour préciser, je remplacerai la lettre A par H, G, F, Q et la lettre $\mathcal{A}$ par $\mathcal{H}$, $\mathcal{G}$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{Q}$, selon que a sera égal à h, g, f ou q, et, pour préciser davantage si $a = q$, j'ajouterai l'indice inférieur i égal à 0, 1 ou 2 suivant que $\psi = 0$, x^2, ou est irréductible dans C. Q^0, si $p > 2$ (¹) ou Q si $p = 2$, a un diviseur d'indice 2 que je désignerai par $R(n, \pi)$ (si $p = 2$, $R = Q^0$). Enfin $\mathcal{R}(n, \pi)$ sera le groupe déduit de R en supposant les variables homogènes.

(¹) Voir ma Note du 1er septembre 1913, t. 157, p. 430. Je me servirai dans ce qui suit des mêmes notations que dans mes *Éléments de la Théorie des groupes abstraits*, et dans mes *Éléments de la Théorie des groupes de substitutions* (Paris, Gauthier-Villars).

1. H a π constituants imprimitifs isomorphes à H, l'un de degré

$$s_0 = [\pi^n - (-1)^n][\pi^{n-1} - (-1)^{n-1}],$$

les $\pi - 1$ autres de degré

$$s_1 = \pi^{n-1}[\pi^n - (-1)^n]$$

tous semblables.

H^0 a les mêmes systèmes d'intransitivité que H.

H' a deux constituants imprimitifs isomorphes à H', l'un de degré s_0, l'autre de degré $(\pi - 1)s_1$.

$\mathcal{H}^0$ a deux constituants primitifs isomorphes à $\mathcal{H}_0$, l'un de degré $\frac{s_0}{\pi - 1}$, l'autre de degré $\frac{s_1}{\pi + 1}$.

2. G et G' sont imprimitifs si $\pi > 2$, primitifs si $\pi = 2$. $\mathcal{G}$ et $\mathcal{G}'$ sont primitifs.

3. F n'est à considérer que si $p = 2$. Si $\varepsilon = 0$, F laisse x inaltéré, et son action sur $x_1, \ldots, y_\nu$ est celle de $G(2\nu, \pi)$. F' est le produit direct de F par le groupe dérivé d'une similitude d'ordre $\frac{1}{2}\pi$. Si $\varepsilon = 1$, F et F' coïncident respectivement avec les diviseurs fixant un symbole dans $G(n, \pi)$ et $G'(n, \pi)$.

4. Q a π constituants transitifs $Q^{(\lambda)}$ (λ parcourant C) isomorphes à Q, le champ $q_{\lambda n} = q_\lambda$ de $Q^{(\lambda)}$ étant formé des $s_{\lambda n} = s_\lambda$ points de $q = \lambda$ (en omettant dans q_0 le point $00 \ldots 0$). Les $Q^{(\lambda)}$, où λ a un même caractère quadratique $\neq 0$, sont semblables. Les constituants respectifs $Q^{0(\lambda)}$, $R^{(\lambda)}$ de Q^0 et R dans q_λ sont transitifs.

Si n est pair Q' a deux constituants transitifs isomorphes à Q', l'un $Q'^{(0)}$ de champ q_0, l'autre $Q'^{(1)}$ ayant pour champ l'ensemble des q_λ où $\lambda \neq 0$. Si n est impair ($p > 2$), il y en a 3, $Q'^{(0)}$ de champ q_0, $Q'^{(1)}$ ayant pour champ tous les q_λ où λ est carré, et $Q'^{(N)}$ les autres. Pour $p > 2$, $\mathfrak{Q}$ a trois constituants transitifs $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ dépendant seulement du caractère quadratique θ_λ de λ : si $\theta_\lambda = \lambda = 0$, $\mathfrak{Q}^{(0)}$ est de degré $\frac{s_0}{\pi - 1}$; si $\theta_\lambda \neq 0$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ est de degré $\frac{1}{2}s_\lambda$. Pour $p = 2$, $\mathfrak{Q}$ a deux constituants transitifs $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ dépendant seulement du caractère quadratique θ_λ de λ : si $\theta_\lambda = \lambda = 0$, $\mathfrak{Q}^{(0)}$ est de degré $\frac{s_0}{\pi - 1}$; si $\theta_\lambda \neq 0$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ est de degré s_λ. Si n est impair ($p > 2$), $\mathfrak{Q}' = \mathfrak{Q}$. Si n est pair, $\mathfrak{Q}'$ a deux constituants $\mathfrak{Q}'^{(\lambda)}$ dépendant seulement du caractère quadratique de λ^2 : pour $\theta_\lambda = 0 = \lambda$, $\mathfrak{Q}'^{(0)}$ a le champ de $\mathfrak{Q}^{(0)}$. Le consti-

tuant $\mathfrak{R}^{(\lambda)}$ de $\mathfrak{R}$ dans le champ de $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ est transitif. $\mathfrak{Q}'^{(\lambda)}$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$, $\mathfrak{Q}^{0(\lambda)}$, $\mathfrak{R}^{(\lambda)}$ sont respectivement isomorphes à $\mathfrak{Q}'$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{Q}^0$, $\mathfrak{R}$ [1].

5. Si $\pi > 2$, $Q^{(0)}$ est imprimitif. Si $\pi = 2$, $Q^{(0)}$ est primitif, simplement transitif, et $R^{(0)}$ de même, sauf que $R_0^{(0)}(4, 2)$ est imprimitif.

Soit toujours $\pi = 2$, $n = 2\nu' = 2\nu + 2$, et assimilons $x_{\nu'}$ à x, $y_{\nu'}$ à y. G admet une représentation transitive $\mathbf{G}_i$ en g^{s_0+1} relative à $Q_i (i = 0, 2)$. Soit $\mathbf{Q}_i$ la représentation de Q_i dans $\mathbf{G}_i$. $\mathbf{Q}_i$ est semblable à $Q_i^{(0)}$, et

$$G = Q_0 R_2 = Q_2 R_0.$$

Le p. g. c. d. Δ de Q_0, R_2 est aussi celui de Q_2, R_0. Le p. g. c. d. de Q_0, Q_2 est le produit direct de Δ par $\{t_1\}$, t_1 étant la substitution qui échange x_1 et y_1 sans altérer les autres variables. Désignons par $q_{\lambda n}^i$, $s_{\lambda n}^i$ ce que deviennent $q_{\lambda n}$ et $s_{\lambda n}$ pour $Q = Q_i$. Les diviseurs $\mathbf{Q}_{ki}$, $\mathbf{R}_{ki}$ $(i, k = 0, 2; i \neq k)$ de $\mathbf{G}_i$ qui correspondent à Q_k, R_k de G sont des représentations de ces groupes en $g^{s_0^i+1}$ transitifs relatives à Γ, Δ respectivement. $\mathbf{Q}_{ki}$ et $\mathbf{R}_{ki}$ sont respectivement semblables à $Q_k^{(1)}$, $R_k^{(1)}(s_0^i + 1 = s_1^k)$. Soient Γ_k et Δ_k les diviseurs de $\mathbf{Q}_{ki}$ qui correspondent à Γ, Δ de Q_k : ce sont les diviseurs fixant un symbole dans $\mathbf{Q}_{ki}$, $\mathbf{R}_{ki}$ respectivement, et ils n'en fixent qu'un. Δ_k a deux constituants transitifs, l'un de degré $2^{2\nu} - 1$ semblable à $G(2\nu, 2)$, qui lui est commun avec Γ_k, l'autre de degré $2(s_{0,2\nu}^i + 1)$ semblables à la représentation de $G(2\nu, 2)$ relative à $R_i(2\nu, 2)$.

6. Pour $p > 2$, $Q^{(\lambda)}(\lambda \neq 0)$ est imprimitif. Pour $p = 2$ (n pair), $Q^{(\lambda)}$ et $R^{(\lambda)}$ sont primitifs simplement transitifs. Pour $\pi \geqq 2$, $\mathfrak{Q}^{(0)}$ et $\mathfrak{R}^{(0)}$ sont primitifs et ne sont deux fois transitifs que pour $n = 4$. Les deux groupes isomorphes $\mathfrak{R}^{(0)}(5, \pi)$, $\mathcal{G}(4, \pi)$ du même degré $\frac{\pi^4 - 1}{\pi - 1}$ ne sont pas semblables. Pour n impair ($p > 2$) et $\pi \geqq 3$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ et $\mathfrak{R}^{(\lambda)}(\lambda \neq 0)$ sont primitifs, simplement transitifs, et $\mathfrak{Q}' = \mathfrak{Q}$. Pour n pair et $p = 2$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}(\lambda \neq 0)$ est semblable à $Q^{(\lambda)}$ et $\mathfrak{Q}' = \mathfrak{Q}$. Pour n pair et $p > 2$, $\mathfrak{Q}'^{(\lambda)}$, $\mathfrak{Q}^{(\lambda)}$ et $\mathfrak{R}^{(\lambda)}(\lambda \neq 0)$ sont primitifs, simplement transitifs, en exceptant $\mathfrak{Q}_0^{(\lambda)}(4, 3)$ et $\mathfrak{R}_0^{(\lambda)}(4, 3)$ qui sont imprimitifs.

7. Les constituants transitifs de degré 36 des deux groupes $Q_2(6, 2)$ et $\mathfrak{Q}^0(5, 3)$ d'ordre 51840 sont semblables. De là une preuve simple de leur isomorphisme.

---

[1] En cherchant à représenter transitivement plusieurs des groupes précédents, M. Dickson a précisément obtenu des groupes semblables à leurs constituants transitifs (*M. A.*, t. 65; *A. J.*, t. 23).

GÉOMÉTRIE. — *Sur la rectification et la quadrature des épi- et hypocycloïdes,* Note de M. **M. d'Ocagne**, présentée par M. Appell.

Analytiquement, le double problème de la rectification et de la quadrature des épi- et hypocycloïdes est depuis longtemps résolu ; mais peut-être n'a-t-on pas encore remarqué que sa solution est susceptible de prendre une forme géométrique des plus simples, analogue à celle qui, beaucoup plus facile à obtenir, est classique pour la cycloïde.

Une épi- ou hypocycloïde est, comme on sait, engendrée par un point M de la circonférence d'un cercle générateur $\mathcal{G}$ roulant soit à l'extérieur, soit à l'intérieur d'un cercle base $\mathcal{B}$, de centre O, sur lequel se placent les points de rebroussement de la courbe. L'enveloppe des positions de $\mathcal{G}$ comprend, outre $\mathcal{B}$, un second cercle $\mathcal{L}$, de même centre O, qui peut être dit cercle *limite*, et que la courbe touche par ses sommets. Enfin, nous considérerons le cercle $\mathcal{M}$, également de centre O, lieu du centre de $\mathcal{G}$, que nous désignerons comme cercle *moyen*. Les rayons γ, β, λ, μ de ces quatre cercles sont évidemment liés entre eux par les relations

$$2\mu = \beta + \lambda, \qquad 2\gamma = \pm(\lambda - \beta),$$

le signe + s'appliquant aux épicycloïdes, le signe — aux hypocycloïdes ; mais pour la simplicité et surtout pour l'uniformité des formules (qui restent les mêmes pour les deux espèces de courbes), de même que pour la facilité de leur interprétation géométrique, il est préférable d'y faire intervenir explicitement ces quatre rayons.

La tangente en M à la courbe qu'engendre ce point passe, pour chaque position du cercle $\mathcal{G}$, par le point de contact P des cercles $\mathcal{G}$ et $\mathcal{L}$. Si Q est le second point où cette tangente rencontre le cercle $\mathcal{L}$, on voit immédiatement que les arcs infiniment petits $d(\mathrm{P})$ et $d(\mathrm{Q})$ décrits simultanément par ces points sont tels que

$$\frac{d(\mathrm{P})}{d(\mathrm{Q})} = -\frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{MQ}},$$

d'où l'on déduit sans peine que

$$\frac{d(\mathrm{P})}{d(\mathrm{Q})} = \pm\frac{\gamma}{\mu},$$

l'attribution des signes étant la même que ci-dessus.

C'est en partant de ce résultat déjà connu, quoique, peut-être, sous une forme moins précise, que nous avons obtenu les formules suivantes, dont nous nous réservons de publier les démonstrations et de tirer diverses conséquences.

Si p est la distance du centre O à la tangente en M à la courbe qu'engendre ce point, le rayon de courbure r correspondant est donné par

$$r = \pm 4 \frac{\mu\gamma}{\lambda^2} p,$$

le signe + (qui indique que le centre de courbure est du même côté que le centre O par rapport à la tangente) s'appliquant encore aux épicycloïdes, le signe — aux hypocycloïdes.

Pour chaque sommet de la courbe, $p = \lambda$, et par suite le rayon de courbure en un tel point devient

$$r_1 = \pm 4 \frac{\mu\gamma}{\lambda}.$$

Si s désigne l'arc de la courbe compris entre le point M et le sommet S le plus voisin, t la longueur du segment MP de la tangente, on a

$$s = \frac{2\mu}{\beta} t,$$

et l'on déduit aisément de cette formule que, *si* U *est le conjugué harmonique de* M *par rapport à* P *et* Q, *on a* arc MS = MU.

Si σ représente l'aire comprise entre l'arc SM de la courbe, sa tangente MP et l'arc SP du cercle $\mathcal{L}$, et u l'aire du segment du cercle $\mathcal{G}$ limité par sa corde PM, on a

$$\sigma = \frac{\lambda}{\beta} u.$$

L'arc de la courbe, compris entre deux points de rebroussement consécutifs, qui correspond à une révolution complète du cercle $\mathcal{G}$, sera dit un *arc complet* de cette courbe; le secteur limité par cet arc et par les rayons issus de O qui aboutissent en ses extrémités, un *secteur complet*. Cela posé, la longueur s_c de l'un, la surface σ_c de l'autre sont données par les formules

$$s_c = 8 \frac{\mu\gamma}{\beta},$$

$$\sigma_c = \pi \frac{\gamma\lambda\mu}{\beta} = \frac{\Omega\lambda\mu}{2},$$

Ω étant l'angle au centre O correspondant à un arc complet. Sous sa seconde forme, la dernière formule écrite montre que l'aire σ_c est égale à celle du secteur, limité aux mêmes rayons, du cercle de centre O dont le rayon est égal à $\sqrt{\lambda\mu}$, c'est-à-dire de celui qui coupe orthogonalement tous les cercles inscrits dans la couronne comprise entre les cercles $\mathcal{L}$ et $\mathfrak{M}$.

Dans le cas où le rapport $\frac{\beta}{\gamma}$ est égal à un nombre entier n, la courbe est une épi- ou hypocycloïde algébrique à n rebroussements réels, et nous voyons alors que sa longueur totale s_t et son aire totale σ_t sont données par les formules

$$s_t = 8\mu,$$
$$\sigma_t = \pi\lambda\mu,$$

qui se traduisent par les énoncés que voici :

La longueur d'une épi- ou hypocycloïde algébrique quelconque est égale au périmètre du carré circonscrit à son cercle moyen ;

Son aire est égale à celle du cercle qui coupe orthogonalement tous les cercles inscrits dans la couronne comprise entre son cercle limite et son cercle moyen.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un procédé de M. Boussinesq.* Note de M. **Nicolas Kryloff**.

Dans un article intitulé : *Sur l'application de la méthode de W. Ritz au problème des oscillations contraintes* (¹), j'ai démontré le théorème suivant :

Si, en appliquant à l'équation de ce problème la méthode de W. Ritz, on cherche à obtenir la fonction voulue (l'intégrale de l'équation) sous forme d'une série procédant suivant les fonctions fondamentales *correspondantes* $v_n(x)$, *les coefficients du développement final de Ritz se déterminent individuellement et leur expression* (²), $\frac{f_n}{\lambda_n - \lambda}$, *est identique à celle qu'on obtient par l'application*

(¹) *Bulletin de la Société mathématique de Kharkoff*, 2ᵉ série, t. **14**.

(²) Où $\frac{d^2 u}{dx^2} + \lambda A(x) u + f = 0$; $f_n = \int_a^b f v_n \, dx$; λ_n = valeur singulière; dans le cas $A(x)$ = const., l'expression des coefficients devient évidemment $\dfrac{f_n}{\frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} - \lambda A}$.

de la méthode fondamentale de la Physique mathématique, dite de Schwartz-Poincaré-Stekloff.

Remarquons en passant que ce résultat peut présenter, ce semble, un certain intérêt; *car par cette voie on obtient, dans le cas particulier il est vrai, la justification du procédé de Ritz, même quand la forme quadratique sous le signe d'intégrale à varier n'est pas définie positive, c'est-à-dire quand n'est pas réalisée une condition qui était essentielle dans les raisonnements de Ritz.*

Cela étant, faisons quelques remarques intimement liées à ce qui précède, à propos d'un procédé (revenant aussi, comme celui de Ritz, à un problème de variation), qu'a fait connaître M. Boussinesq au Tome I (p. 316) de sa *Théorie analytique de la chaleur;* on part directement de l'équation

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \lambda\, A(x)\, u + f = 0, \tag{1}$$

et l'on tâche de rendre le plus petit possible le carré moyen de l'erreur, c'est-à-dire l'intégrale

$$I = \int_a^b \left[\frac{d^2 u}{dx^2} + \lambda\, A(x)\, u + f\right]^2 dx. \tag{2}$$

Puisqu'on cherche la solution de (1), s'annulant en a et b, on est tenté, en imitant la méthode de Ritz, de substituer à u dans I la série limitée

$$\sum_{m=1}^{m=n} \alpha_m\, v_m(x),$$

de mettre ensuite en jeu les équations $\frac{\partial I}{\partial \alpha_i} = 0$ et de rechercher si les approximations pour u, ainsi obtenues, convergent vers la solution exacte du problème.

Puisque la convergence du procédé de M. Boussinesq, envisagée à ce point de vue, n'a pas été étudiée (à notre connaissance) théoriquement [1], il ne sera pas peut-être dénué d'intérêt de montrer que, dans le cas

$$A(x) = \text{const.},$$

on peut affirmer la convergence du procédé.

---

[1] Quelques calculs numériques ont été faits dans une Thèse récente de M. Paschoud.

En effet, dans le cas considéré, les fonctions fondamentales et les valeurs singulières seront respectivement

$$v_n(x) = \sqrt{\frac{2}{(b-a)}} \sin \frac{n\pi(x-a)}{(b-a)}, \qquad \lambda_n = \frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2}.$$

Donc l'intégrale I prendra la forme plus explicite

$$\begin{aligned} \mathrm{I} = \sum \frac{\pi^4 n^4}{(b-a)^4} \alpha_n^2 + \lambda^2 \mathrm{A}^2 \Sigma \alpha_n^2 + \int_a^b f^2\, dx - 2 \Sigma f_n \alpha_n \frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} \\ + 2\lambda \mathrm{A} \sum f_n \alpha_n - 2\lambda \mathrm{A} \sum \alpha_n^2 \frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2}, \end{aligned}$$

car

$$v_n''(x) = -\frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} v_n(x).$$

Par suite, les conditions

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial \alpha_i} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

déterminent individuellement les coefficients, et l'on obtient

$$\frac{\pi^4 n^4}{(b-a)^4} \alpha_n + \lambda^2 \mathrm{A}^2 \alpha_n - f_n \frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} + \lambda \mathrm{A} f_n - 2\lambda \mathrm{A} \alpha_n \frac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} = 0;$$

d'où

$$\alpha_n = \frac{f_n}{\left[\dfrac{n^2\pi^2}{(b-a)^2} - \lambda \mathrm{A}\right]},$$

expression identique à celle obtenue par l'application de la méthode de Ritz; et puisque nous avons développé suivant les fonctions fondamentales du problème, on a, d'après le résultat de notre Note mentionnée, la solution exacte. Donc le procédé de M. Boussinesq donne l'intégrale cherchée, et quoique nous n'ayons considéré ici qu'un cas bien particulier $[\mathrm{A}(x) = \text{const.}]$, tout porte à croire que ce cas n'est pas le seul et cela peut tenter les efforts d'un chercheur.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Sirène harmonique à corde. Mesure du module d'Young.* Note de M. A. **Guillet**, transmise par M. Appell.

Il est curieux de constater que les cordes vibrantes, qui sont d'un emploi si fréquent et si ancien en Musique, ne sont utilisées qu'exceptionnellement en Physique. Pourtant les propriétés de la corde, résumées dans les formules

$$N = \frac{1}{ld}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}, \tag{1}$$

$$\Delta l = \frac{1}{E}\, l\, \frac{\Delta F}{s}, \tag{2}$$

qui en font connaître la fréquence fondamentale et l'allongement élastique, sont beaucoup plus simples que celles du diapason dont l'usage est cependant si répandu.

Cela tient, sans doute, aux difficultés plus grandes que présente l'entretien électrique du mouvement vibratoire d'une corde. Son peu de masse, l'amortissement considérable de sa vibration, l'impossibilité de la charger d'organes auxiliaires sont, en effet, autant d'obstacles à surmonter.

En réalité, ainsi que je m'en suis assuré, les modes d'entretien appliqués avec succès au diapason [1] s'adaptent à la corde, mais à la condition de bien combiner et de bien placer le contact. C'est, en effet, extrêmement près de l'un des points d'attache de la corde qu'il faut le placer et non pas en un point d'amplitude relativement grande, comme un examen superficiel conduit à le faire.

Je préciserai sur le cas d'une sorte de sirène à corde d'acier et à entretien direct, que j'ai étudiée autrefois et reconstruite récemment pour répondre au désir de M. G. Lippmann.

Il y a lieu de rejeter, pour cette application, l'entretien par microphone en raison de sa sensibilité à tous les mouvements du support et de sa variabilité d'état, et d'adopter un contact à charbon spécialement construit dont l'un des pôles A est solidaire de la corde et l'autre B formé par un disque de charbon dont on peut régler, par ressort et bague filetée, le degré de mobilité élastique. Évidemment, le pôle A, constitué par un très court

---

(1) A. Guillet, *Nouveaux modes d'entretien des diapasons* (*Comptes rendus*, t. **130**, 1900, p. 1002); *Modes et conditions de l'entretien électrique du mouvement des corps vibrants* (*La Technique moderne*, 1910).

cylindre de métal enfilé à force sur la corde par son milieu et creusé à ses extrémités pour recevoir une tige de charbon ou d'acier, doit non seulement être placé très près de l'une des extrémités de la corde, mais encore l'approche de B vers A doit être exécutée à l'aide d'une vis micrométrique à pas très fin, différentiel même s'il se peut, et par translation.

Si l'on opère par entretien direct et par attraction, un électro-aimant rectiligne est disposé en regard du milieu de la corde et du côté opposé à celui où se trouve le contact : il faut, en effet, que l'action de l'électro s'exerce dans un sens tel que l'aire du cycle d'entretien réponde à un travail positif des attractions. Toutes les inerties d'ordre magnétique ou électrique qui conditionnent le cycle d'entretien sont dans le sens de cette opposition qui favorise d'autre part la coupure du circuit.

Lorsque la corde est fine, il est utile de renforcer l'attraction en frétant son milieu, c'est-à-dire le point d'attaque, et il suffit pour cela par exemple d'enrouler un fil de fer autour de la corde. Cet artifice devient indispensable dans le cas d'une corde à boyau ou d'un métal autre que le fer.

La corde est tendue sur un support stable aussi indéformable que possible à l'aide d'une vis micrométrique commandant, par translation, la pièce solidaire de l'une des extrémités de la corde. La tête de la vis est de grand diamètre et porte des divisions. Des barrettes autour desquelles le fil est enroulé sont retenues dans des logements cylindriques qui supportent la tension, et la longueur utile de la corde est limitée par des porte-fôrets massifs. La corde étant en vibration, il suffit d'agir sur la vis d'une manière continue pour faire monter ou descendre le son et produire par suite l'effet bien connu de Sirène.

Avec un fil de $\frac{5}{10}$ de millimètre et d'environ 30^{cm} de longueur, il est facile de traverser l'intervalle de fa_2 à la_3 par exemple, à la condition de ne pas produire d'allongement résiduel; il est remarquable de constater avec quelle précision une même fréquence correspond à une même division du tambour. A ce point de vue, l'appareil permet de déterminer le module d'Young par la formule (2), puisque l'on connaît, par la loi des cordes (1), la variation de tension qui passe d'une note à une autre note, et que l'allongement correspondant est donné par la lecture du tambour. Un système de deux interrupteurs-sirènes permet la construction peu coûteuse d'un trieur par synchronisation du type que j'ai décrit ultérieurement [1].

---

[1] Voir A. Guillet, *Trieur par synchronisation* (*Comptes rendus*, t. 152, 19 juin 1911, p. 1749).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur deux séries de complexes dérivés du platine bivalent et correspondant à l'indice de coordination* 6. Note (1) de MM. **L. Tschugaeff** et **W. Lebedinski**, présentée par M. A. Haller.

On admet habituellement que les complexes dérivés du platine *bivalent* correspondent toujours *à l'indice de coordination* 4, tandis que ceux qui dérivent du platine tétravalent sont caractérisés par l'indice 6.

Or cette règle ne peut pas être considérée comme générale. Les faits qui feront l'objet de la Note actuelle nous autorisent à conclure que les dérivés du platine bivalent peuvent bien appartenir au type $[Pt\,6A]X^2$.

Hofmann et Bugge (2) ont décrit, il y a quelque temps, le composé $(Pt\,2CH^3CN.Cl^2)$ qu'ils ont préparé en partant de l'acétonitrile et du chloroplatinite de potassium. En chauffant ce composé avec prudence, nous avons réussi à le transformer en une modification isomérique, que nous allons désigner par β, en réservant l'indication α pour le composé de Hofmann et Bugge.

Ces deux isomères α et β possèdent la propriété de fixer 4^{mol} NH^3 par molécule de la substance primitive, soit en solution aqueuse à la température d'ébullition, soit par l'action de l'ammoniaque liquéfiée en tubes scellées.

On obtient ainsi deux chlorures également isomères, α et β, et correspondant à la même formule de coordination

$$[Pt.2\,CH^3CN.4\,NH^3]Cl^2.$$

Ils sont parfaitement incolores et très solubles dans l'eau; le chlore y est complètement ionisé. Pour caractériser ces corps nous en avons préparé et analysé les chloroplatinites

$$[Pt.2\,CH^3CN.4\,NH^3]\,Pt\,Cl^4$$

et les picrates

$$[Pt.2\,CH^3CN.4\,NH^3]\,(C^6H^2N^3O^7)^2.$$

Nous avons également mesuré leur conductivité moléculaire. L'ensemble des résultats que nous avons obtenus nous autorise à conclure que l'existence

(1) Séance du 2 novembre 1915.
(2) *D. ch. G.*, t. **40**, 1907, p. 1772

du cation complexe

$$[Pt.2\,CH^3CN.4\,NH^3]^{++}$$

ne peut pas être mise en doute.

Il faut remarquer que l'ammoniaque est assez fortement liée dans la molécule des chlorures

$$Pt.2\,CH^3CN.4\,NH^3]\,Cl^2,$$

car elle ne se laisse pas titrer par les acides minéraux à froid, et ce n'est qu'à l'ébullition avec l'acide chlorhydrique que la molécule complexe est décomposée, 2^{mol} d'ammoniaque et 2^{mol} d'acétonitrile étant éliminées simultanément.

On obtient dans ces conditions, en partant du chlorure α, le chlorure de Peyrone et, en partant du chlorure β, le sel de la base II de Reiset.

Ces réactions nous permettent de fixer d'une façon assez nette la configuration stéréochimique du chlorure α décrit par Hofmann et Bugge, de son isomère β, ainsi que des deux produits qu'on obtient en partant de ces corps par l'action de l'ammoniaque :

$$\underset{(\alpha).}{\left[\begin{array}{l} CH^2CN \\ CH^3CN \end{array} Pt \begin{array}{l} Cl \\ Cl \end{array}\right]} \xrightarrow{+NH^3} \underset{(\alpha).}{\left[\begin{array}{c} NH^3 \\ \begin{array}{l} CH^3CN \\ CH^3CN \end{array} Pt \begin{array}{l} NH^3 \\ NH^3 \end{array} \\ NH^3 \end{array}\right]} Cl^2 \xrightarrow{+HCl} \left[\begin{array}{l} Cl \\ Cl \end{array} Pt \begin{array}{l} NH^3 \\ NH^3 \end{array}\right]$$

$$\downarrow$$

$$\underset{(\beta).}{\left[\begin{array}{l} CH^3CN \\ Cl \end{array} Pt \begin{array}{l} Cl \\ NCCH^3 \end{array}\right]} \xrightarrow{+NH^3} \underset{(\beta).}{\left[\begin{array}{c} NH^3 \\ \begin{array}{l} CH^3CN \\ NH^3 \end{array} Pt \begin{array}{l} NH^3 \\ NCCH^3 \end{array} \\ NH^3 \end{array}\right]} Cl^2 \xrightarrow{+HCl} \left[\begin{array}{l} Cl \\ NH^3 \end{array} Pt \begin{array}{l} NH^3 \\ Cl \end{array}\right]$$

L'étude de ces composés curieux est poursuivie dans notre laboratoire.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique de la région de Brignoles (Var).* Note de M. **Émile Haug**, présentée par M. Henri Douvillé.

Les études de détail que je poursuis depuis plusieurs années dans la chaîne de la Sainte-Baume et dans les massifs voisins m'ont amené à reconnaître, dans cette région, trois séries distinctes, superposées par charriage : I. *Une série normale inférieure* ou *série autochtone*, constituée par des terrains en place; II. *Une série renversée;* III. *Une série normale supé-*

rieure, la « grande nappe de la Basse-Provence » de Marcel Bertrand, reposant tantôt sur la série renversée, tantôt sur la série autochtone, et qui, en réalité, se résout en trois nappes plus ou moins bien individualisées : *a.* La *nappe de Riboux* ou *nappe triasique*, entièrement laminée dans sa partie médiane, si bien que sa partie frontale (zones triasiques de l'Huveaune et de Rougiers-Barjols) est complètement séparée de sa racine; *b.* La *nappe de Cuges et de Signes* ou *nappe jurassique; c.* La *nappe de Gémenos* ou *nappe urgonienne*. Ces trois nappes secondaires ont leurs racines sur le bord méridional du massif de la Sainte-Baume.

Si l'on cherche à préciser l'extension vers l'est de ces différentes séries, on peut faire abstraction de la série renversée et de la nappe urgonienne, qui ont entièrement disparu à l'est du méridien de Mazaugues. Mais on éprouve de grandes difficultés à faire, sur la feuille de Draguignan, le départ des aires de répartition revenant à la série autochtone et à chacune des deux nappes. Après de nombreuses courses dans la région de Brignoles, j'ai été amené à compléter et à rectifier les données d'un schéma publié il y a plusieurs années en collaboration avec M. Léon Bertrand [1].

Je me suis guidé, dans mes recherches, à la fois sur la continuité horizontale des terrains et sur les caractères stratigraphiques propres à chaque série. Par voie de continuité, j'ai pu m'assurer que la série charriée, désignée précédemment sous la dénomination de « nappe des Bessillons », n'est autre chose que la série normale supérieure. Pour les mêmes raisons, je suis amené maintenant à attribuer à la série autochtone : 1° le synclinal de Camps, continuation du socle de la Sainte-Baume; 2° les collines jurassiques de Tourves, de la Celle et de Brignoles, au sud de la vallée du Caramy. Ce résultat est confirmé par les caractères stratigraphiques de toute cette zone. En effet, dans le massif de la Sainte-Baume, la bauxite est étroitement localisée dans la série autochtone, où elle occupe un niveau très constant entre les termes les plus élevés du Jurassique et les calcaires à Hippurites santoniens, qui eux-mêmes se rencontrent exclusivement dans la série autochtone. Or, dans la région au sud de Brignoles, la bauxite et les calcaires à Hippurites sont rigoureusement cantonnés dans la bande que, par voie de continuité, j'étais conduit à considérer comme autochtone. Les deux formations font défaut dans les massifs de la Loube et de Saint-Quinis, que M. Zurcher a depuis longtemps homologués aux masses charriées de la Sainte-Baume. Précédemment nous n'avions

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 15 janvier 1912, p. 147, figure.

attribué, M. Bertrand et moi, à la série autochtone que la zone de Salernes et celle du Val-Vins, caractérisées également par le grand développement de la bauxite, surmontée ici par un Néocrétacé continental et lacustre. Il existe donc, sur la feuille de Draguignan, *trois* larges bandes de terrains autochtones, qui alternent avec de vastes surfaces constituées par des terrains charriés, où l'on ne rencontre ni bauxite ni dépôts néocrétacés.

Les deux bandes de terrains charriés qui séparent l'une de l'autre les trois bandes autochtones sont en continuité, à l'ouest, avec la zone triasique de Rougiers-Barjols, à l'est, avec le Trias de la dépression permienne de Cuers-Vidauban. Ce Trias est continu également, à Besse, avec celui qui forme la base de la zone charriée de Saint-Quinis et de la Loube et avec celui de la fenêtre de Garéoult. Tous ces terrains charriés et, par conséquent, aussi ceux de la dépression permienne, appartiennent donc à une seule et même nappe principale, la grande nappe de la Basse-Provence, mais cette nappe s'est divisée, par une sorte de clivage, en deux nappes secondaires, une nappe inférieure (III *a*), où prédominent le Trias et le Lias, et une nappe supérieure (III *b*), qui débute généralement par le Bathonien calcaire ou par les Dolomies (masse dolomitique au sud de Vins, à l'est du col du Val; lambeau de Pigollet; plateau dolomitique des Selves), exactement comme dans la Sainte-Baume. Mais le décollement des deux nappes secondaires ne s'est cependant pas produit partout, et l'on observe souvent la continuité dans le sens vertical de tous les terrains, depuis le Trias jusqu'aux Dolomies (Cabasse, Besse). Je signalerai, en outre, l'étirement complet que subit quelquefois la nappe inférieure, entre l'autochtone et la nappe supérieure (le Val, versant nord de la Loube).

Mon attention a été particulièrement attirée sur la terminaison orientale des deux bandes autochtones du Val-Vins et de Camps. Par analogie avec ce qui se passe à Lorgues pour la bande de Salernes, on pouvait conclure *a priori* qu'elles s'enfoncent en tunnel sous la nappe triasique. Malgré l'existence d'accidents secondaires qui compliquent ces terminaisons, j'ai pu m'assurer que c'est en réalité ce qui se produit.

Entre Vins et le confluent du Caramy et de l'Issole, la bande autochtone du Val-Vins se réduit à une très faible largeur.

Les affleurements du Garumnien, qui ici reposent directement sur la bauxite, occupent l'axe d'une voûte dont les deux flancs sont formés de calcaires bathoniens appartenant à la nappe supérieure. Plus à l'est, au delà de la Gagère, la bande autochtone s'élargit de nouveau, tandis que la nappe supérieure n'est plus représentée

que par des lambeaux de calcaires bathoniens ou de Dolomies, en couches sensiblement horizontales. Mais il y a plus : ces lambeaux de recouvrement sont séparés des bauxites et du Garumnien sous-jacents par une lame ondulée d'épaisseur variable, constituée par une série allant du Trias moyen à l'Hettangien, en succession tantôt inverse, tantôt normale (ravin au sud de l'abbaye du Thoronet). Entre le Thoronet et le Cannet-du-Luc, les témoins de la nappe supérieure ont disparu, tandis que la série autochtone forme une voûte dissymétrique, portant de la bauxite sur son flanc nord-ouest seulement. Le Trias de la nappe inférieure s'appuie sur les deux flancs de la voûte et devait sans doute primitivement la recouvrir en entier. Au Cannet, le pli s'arrête brusquement, comme l'avait reconnu Marcel Bertrand, « avec enfouissement de son extrémité ».

A l'ouest de Flassans, la bande autochtone de Camps s'enfonce de même sous la nappe triasique, mais ici les failles verticales, qui jouent, dans la région de Brignoles, un rôle assez important (Tourves, route de Brignoles à Flassans) viennent masquer la disposition périclinale de la terminaison.

Il résulte nettement de mes observations dans la région de Brignoles que la série autochtone apparaît ici exclusivement sous la forme de *fenêtres* ménagées par l'érosion dans la grande nappe de la Basse-Provence. A l'extrémité orientale de chacune d'elles leurs terrains s'enfoncent sous ceux de la dépression permienne, *qui fait elle-même partie de la nappe*.

Jusqu'ici les bauxites n'ont été exploitées que sur les lignes d'affleurement. Les perspectives d'exploitation en profondeur, *sous les nappes*, sont pour ainsi dire illimitées. On doit souhaiter que ces immenses réserves ne se trouvent pas un jour, elles aussi, aliénées entre les mains de capitalistes étrangers.

BOTANIQUE. — *Sur l'origine des pigments anthocyaniques.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

A. Deux hypothèses ont été proposées pour expliquer l'origine des pigments anthocyaniques. L'une, soutenue par la plupart des auteurs, admet que les pigments anthocyaniques résultent de la transformation (oxydation) de composés phénoliques incolores préformés dans les cellules. L'autre formulée par R. Combes, adoptée ensuite par Graje et Rosé, admet au contraire que les pigments anthocyaniques se forment plutôt de toutes pièces, c'est-à-dire, directement à l'état de produits colorés.

Dans un Mémoire récent [1], nous avons apporté des faits précis qui ont confirmé cette dernière hypothèse. Nous avons démontré en effet que

[1] *Revue générale de Botanique*, 1914.

l'anthocyane est le produit de l'activité des mitochondries et apparaît directement au sein des mitochondries. Dans les dents des jeunes folioles de diverses variétés de Rosier qui ont été l'objet principal de nos recherches, l'anthocyane se forme directement en effet au sein des mitochondries. La même constatation a été faite également dans un certain nombre d'autres végétaux. Cependant, nous avons observé, dans certains cas, par exemple dans certaines dents des foliales de Rosier, que l'anthocyane, qui se forme généralement de toutes pièces dans les mitochondries, peut résulter de la transformation de composés phénoliques nés comme l'anthocyane dans les mitochondries et se transformant en pigments une fois dissous dans les vacuoles. Aussi avons-nous conclu que dans tous les exemples observés par nous, l'anthocyane, bien que pouvant résulter parfois de la transformation d'un composé phénolique incolore, se forme en général de toutes pièces au sein des mitochondries, ce qui confirmait absolument la théorie de R. Combes.

Cette conclusion peut-elle être généralisée? C'est la question que nous nous sommes proposé de résoudre par l'étude de la formation de l'anthocyane dans l'épanouissement des bourgeons et dans la pigmentation des fleurs d'un certain nombre de végétaux. Nos observations pour la plupart vitales, faites pendant les étés 1914 et 1915 et dont nous avons déjà résumé quelques résultats dans notre Note antérieure [1], nous ont amené à modifier cette conclusion et à admettre que l'anthocyane, bien qu'apparaissant souvent directement au sein des mitochondries comme dans les dents des folioles de Rosier, semble cependant résulter aussi fréquemment de la transformation de composés phénoliques préexistants.

B. Une observation minutieuse de la formation de l'anthocyane dans les folioles du Rosier montre que, si l'anthocyane apparaît directement en général sous forme de produit coloré au sein des mitochondries dans les dents et dans les poils sécréteurs, elle résulte au contraire de la transformation d'un composé phénolique incolore dans toutes les autres parties épidermiques des folioles. Les folioles très jeunes ne renferment de pigments que dans leurs dents. On peut suivre avec la plus grande netteté la formation de ce pigment au sein des mitochondries comme nous l'avons dit dans notre Mémoire. Dans toutes les autres cellules épidermiques, on rencontre à ce moment un composé phénolique incolore en voie de formation. Ce composé apparaît comme l'anthocyane au sein de chondriocontes, qui prennent l'aspect d'haltères et dont les renflements de chaque haltère

---

[1] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 494.

se séparent par résorption de la partie effilée du chondrioconte sous forme de corpuscules arrondis. Ceux-ci grossissent, puis émigrent dans les vacuoles et s'y dissolvent. Ce n'est qu'une fois dissous dans les vacuoles, c'est-à-dire à un stade plus tardif du développement des folioles, que ce composé se transforme en pigment anthocyanique qui colore alors la feuille tout entière.

De même dans les bourgeons de *Juglans regia*, au moment de leur épanouissement, l'anthocyane apparaît le plus souvent d'abord à l'état de produit incolore au sein des mitochondries et ce n'est généralement qu'un peu plus tard, soit au cours de son accroissement dans les mitochondries, soit une fois dissous dans les vacuoles, que ce produit rougit.

Il en est de même dans les feuilles de *Rhus vernicifera*, *Rubus fruticosus*, *Corylus Avellana*, *Acer pseudoplatanus*, *Ampelopsis Veitchii*. Cependant dans les poils sécréteurs de *Rhus vernicifera* et *Corylus Avellana*, l'anthocyane se forme toujours directement à l'état de produit coloré.

Dans d'autres cas, moins fréquents (feuilles de *Cesalpinia Gilletii*, *Cydonia japonica*), l'anthocyane apparaît au contraire toujours directement sous forme de pigment.

Dans les fleurs de Rosier (variétés rouges) et de *Pelargonium zonale* (variété rouge), l'anthocyane résulte toujours, comme nous l'avons montré dans notre Note antérieure, de la transformation d'un produit incolore. Il en est de même dans la fleur d'*Althœa rosea*. Dans la fleur d'*Iris germanica*, l'anthocyane se forme en deux phases : dans la première, elle résulte de la transformation d'un produit incolore; dans la seconde, la plus active, elle apparaît directement au sein des mitochondries. Dans la fleur de Canna florifère, au contraire, l'anthocyane se forme toujours exclusivement de toutes pièces.

C. D'après l'ensemble de ces observations, on voit donc que si l'anthocyane se forme directement au sein des mitochondries dans un grand nombre de cas, elle semble cependant, tout aussi fréquemment, dériver de la transformation d'un composé phénolique incolore préalablement formé au sein des mitochondries et dissous dans les vacuoles. Cette conclusion coïncide avec les résultats normaux de R. Combes [1] qui, lui aussi, a pu constater par une autre méthode que la nôtre, par la méthode chimique, que l'anthocyane résulte souvent de la transformation de composés phénoliques incolores préexistant dans les cellules, et a dû abandonner le caractère un peu trop exclusif de sa théorie. Ainsi, nos recherches démontrent que les deux

---

[1] *Revue générale de Botanique*, 1914.

théories adverses sont exactes et que l'anthocyane peut selon les circonstances naître directement sous forme de pigment ou résulter de la transformation [1] de composés incolores préexistants.

D. Un autre résultat intéressant qui se dégage de nos recherches est le fait que la présence de composés phénoliques [2], dans les cellules épidermiques des végétaux, semble être à peu près générale. Selon les cas, ces composés peuvent apparaître directement à l'état de pigments (anthocyane), ou bien naître sous forme de produits incolores et se colorer ensuite, ou souvent enfin rester toujours incolores. Dans la fleur d'*Iris germanica*, par exemple, les parties de l'épiderme qui ne renferment pas d'anthocyane, comme celles de la base des sépales et des pétales, possèdent néanmoins dans leurs cellules des composés phénoliques incolores formés de la même manière que l'anthocyane. Pareillement, dans la fleur de *Pelargoniun zonale* (variété blanche), on retrouve dans toutes les cellules épidermiques des composés phénoliques dissous dans les vacuoles et dérivés des mitochondries, qui correspondent à l'anthocyane qu'on rencontre dans la variété rouge.

Ces faits constatés déjà dans notre Mémoire antérieur, confirmés ensuite par F. Moreau, prouvent donc que, comme l'avait déjà pensé R. Combes, les composés phénoliques sont des corps généralement présents dans les cellules épidermiques, et constituent en quelque sorte une sécrétion normale de ces cellules. Seulement, selon des circonstances encore mal précisées, ces corps peuvent naître directement sous forme de pigments ou se former à l'état de produits incolores, qui peuvent ultérieurement, suivant les cas, ou bien se pigmenter ou bien rester constamment incolores.

---

(1) Selon R. Combes, cette transformation ne consiste pas en une oxydation comme cela a été admis jusqu'ici, mais au contraire en une réduction.

(2) Les composés phénoliques incolores présentent les mêmes réactions microchimiques que les pigments anthocyaniques : ils noircissent par les sels ferriques, réduisent l'acide osmique, fixent le bleu de méthylène, se colorent en jaune par le bichromate de potasse. Ils s'en distinguent cependant, comme l'a montré R. Combes et comme nous l'avons vérifié, par le fait que le réactif de Courtonne les colore en jaune, tandis qu'il colore l'anthocyane en vert.

ANTHROPOMÉTRIE. — *Caractères morphologiques généraux des aliénés.* Note [1] de MM. **A. Marie** et **Léon Mac-Auliffe**, présentée par M. Edmond Perrier.

Nous avions entrepris, avant l'ouverture des hostilités, une série complémentaire de mensurations ayant pour but de contrôler les résultats déjà obtenus par nous et dont les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* ont fait mention.

La déclaration de guerre nous avait empêchés de poursuivre ces travaux; mais tout en étant mobilisés, nous avons pu mener à bien l'achèvement de cette tâche, grâce à l'aimable assistance de M. Prunier, inspecteur principal du Service anthropométrique.

Sous la direction de ce dernier, 100 hommes aliénés, épileptiques ou idiots pris au hasard dans le service de l'un de nous, ont été mensurés avec soin, et les résultats de cette recherche viennent confirmer en tous points nos précédents travaux, *à savoir que les pensionnaires des asiles présentent une morphologie très différente de la normale.* Comme dans les précédentes statistiques ont été éliminés les cas extrêmes (idiots nains, individus présentant du gigantisme, etc.) susceptibles de vicier notre étude.

Les chiffres que nous publions ci-dessous sont le résultat de la combinaison de nos résultats statistiques passés et récents.

Il ressort de cette deuxième étude, comme de la première, que la taille des aliénés, en vertu de la dégénérescence, est en majorité petite; que ces malades présentent un buste court (123 fois sur 200), ce qui paraît indiquer un arrêt de développement ontogénique des organes que le buste renferme : appareil pulmonaire et digestif.

Par contre, les membres et surtout les membres inférieurs semblent subir au cours de leur développement une poussée exagérée (hyperexcitabilité de croissance) : 127 fois sur 200 les membres inférieurs ont été trouvés grands; 31 fois seulement ils étaient au-dessous de la moyenne; l'envergure a été trouvée grande 89 fois sur 200, et petite 43 fois seulement. Cependant le pied est de dimensions petites 97 fois sur 200. Les mêmes phénomènes anormaux se constatent dans le développement ontogénique de la tête, 92 fois sur 200 la largeur de tête est grande. L'accroissement des diamètres transversaux de l'extrémité céphalique, en particulier celui du diamètre frontal, caractérise les races dites *supérieures* et toutes choses égales d'ailleurs

[1] Séance du 2 novembre 1915.

la prédominance cérébrale. C'est dans le sens de la largeur de la tête que l'on pouvait prévoir des irrégularités de développement chez les aliénés, et c'est ce qui s'observe en effet.

Enfin, fait très curieux et que nous avons signalé déjà au cours de nos précédentes études, il se confirme que les oreilles des pensionnaires des asiles d'aliénés sont le plus souvent grandes. Nous croyons devoir rappeler que ce même caractère a été signalé par nous chez les femmes aliénées.

Si l'on se rappelle qu'anatomiquement, aussi bien qu'au point de vue embryologique et physiologique, l'appareil auditif n'est qu'un *prolongement* du cerveau, ces anomalies dans le développement du pavillon auriculaire doivent être envisagées comme le reflet de troubles dans l'ontogénèse de l'encéphale (hyperexcitabilité de croissance).

Statistique de 200 aliénés, épileptiques ou idiots de l'asile de Villejuif.

Taille	Petite	72
	Moyenne	65
	Grande	63
Buste [1]	Petit	123
	Moyen	52
	Grand	23
Envergure [1]	Petite	43
	Moyenne	65
	Grande	89
Membres inférieurs [1]	Petits	123
	Moyens	52
	Grands	23
Coudée gauche [1]	Petite	66
	Moyenne	64
	Grande	69
Médius gauche [1]	Petit	62
	Moyen	61
	Grand	76
Auriculaire gauche [1]	Petit	73
	Moyen	47
	Grand	76
Pied gauche [1]	Petit	97
	Moyen	52
	Grand	50

[1] Dans notre première série, en raison de l'agitation des malades, il n'avait pu être pris sur 100 sujets que les mensurations suivantes : 98 bustes, 97 envergures, 98 membres inférieurs, 99 coudées, 99 médius, 96 auriculaires, 99 pieds.

Statistique de 200 aliénés, épileptiques ou idiots de l'asile de Villejuif (suite).

Longueur de tête	Petite	73
	Moyenne	57
	Grande	70
Largeur de tête	Petite	66
	Moyenne	42
	Grande	92

Sériation à sept termes de la longueur de l'oreille droite de 200 aliénés, épileptiques ou idiots de l'asile de Villejuif.

Très petite : *p* (de 0^m à $0^m,050$ inclus)	3
Petite : *p* (de $0^m,051$ à $0^m,056$)	19
Légèrement petite : *p* (de $0^m,057$ à $0^m,060$)	30
Moyenne : *m* (de $0^m,061$ à $0^m,063$)	48
Légèrement grande : *g* (de $0^m,064$ à $0^m,066$)	55
Grande : *g* (de $0^m,067$ à $0^m,070$)	35
Très grande : *g* (de $0^m,071$ à X)	10

OPHTALMOLOGIE. — *La trémulation physiologique de l'iris (fausse iridodonèse).* Note (¹) de M. **Bonnefon**, présentée par M. Henneguy.

Il est admis que la membrane irienne, étroitement accolée à l'état normal contre la face antérieure du cristallin, et soumise de part et d'autre à des pressions qui s'équilibrent rigoureusement (pression de la chambre antérieure d'une part, pression de la chambre postérieure et de l'humeur vitrée de l'autre), s'étale entre les deux chambres aqueuses à la manière d'un voile bien tendu. Les mouvements de dilatation et de contraction pupillaires s'accomplissent sans modifier cette rigidité apparente : tandis que les bords pupillaires, mus par le sphincter, glissent à frottement doux sur la face antérieure de la lentille, le rideau irien se déplisse ou se rétracte sans que la moindre oscillation antéro-postérieure vienne trahir un flottement quelconque de ses plis.

La trémulation de l'iris ou *iridodonèse* a été considérée de tous temps comme de nature exclusivement pathologique et liée à des modifications anatomiques bien définies : déchirure de la zonule et luxation ou subluxation du cristallin, aphakie, ramollissement du corps vitré, etc. Dans tous ces cas il s'agit de lésions importantes du globe oculaire, s'accompagnant de troubles fonctionnels et de signes physiques précis qui fixent aisément le

(¹) Séance du 2 novembre 1915.

diagnostic. Je n'ai trouvé mentionnée nulle part l'observation d'une iridodonèse qu'on pourrait qualifier de *physiologique*, en ce sens qu'elle existe à l'état de pureté en dehors de toute cause pathologique et de tout défaut fonctionnel. Son existence ne peut être mise en doute, me semble-t-il, d'après les constatations nombreuses que j'ai pu faire à la Clinique ophtalmologique du Val-de-Grâce sur un ensemble d'environ quinze mille yeux.

La première notion de l'existence d'une fausse iridodonèse m'a été donnée par l'examen d'un blessé qui présentait une plaie superficielle de la paupière gauche. Le globe oculaire était intact et la vision normale, mais il existait un léger tremblement de l'iris à sa périphérie qui me fit conclure à une subluxation traumatique du cristallin. Mais l'examen de l'œil droit entièrement sain me révéla un phénomène absolument identique et je réservai ma décision sur l'origine de ce tremblement. A partir de ce moment l'examen systématique de tous les iris à la consultation externe m'a confirmé l'existence, chez des sujets normaux ou faiblement amétropes, indemnes de tout traumatisme récent ou ancien, d'une iridodonèse bien caractérisée, dont voici la description :

L'œil examiné est soumis à un éclairage oblique intense et le sujet est invité à fixer son index placé à une faible distance du globe (5^{cm} à 6^{cm}). Au bout de quelques secondes la fatigue produite par cet effort se traduit par quelques mouvements saccadés du globe qui cherche à se soustraire à la fixation. C'est à ce moment que le phénomène pourra être observé : la région périphérique de l'iris est soulevée par des oscillations antéro-postérieures de faible amplitude qui cessent lorsque le globe s'immobilise pour reparaître à la saccade suivante. Le phénomène est plus difficile à déceler lorsque le globe exécute de larges mouvements volontaires.

Cette iridodonèse se distingue de l'iridodonèse pathologique par deux traits principaux :

1° Son siège exclusivement périphérique;
2° La faible amplitude des mouvements oscillatoires.

Je n'ai pu déterminer avec une précision suffisante sa fréquence qui doit varier entre 5 et 10 pour 100 des cas observés.

Pour expliquer le phénomène, plusieurs hypothèses peuvent être invoquées :

1° Un relâchement congénital du ligament zonulaire;
2° Un relâchement actif de la zonule au cours de l'accommodation forcée (théorie d'Helmholtz);

3° Une fluidité particulière des masses corticales du cristallin déprimées par la tension zonulaire au cours de l'accommodation (théorie de Tscherning).

Dans ces deux derniers cas l'iridodonèse mériterait bien le titre de *physiologique*. Jusqu'à plus ample informé il nous paraît préférable de lui conserver celui de *fausse iridodonèse*.

Le diagnostic, d'ailleurs facile, entre la fausse iridodonèse et la vraie a en outre une importance médico-légale qu'il convient de souligner.

MÉDECINE. — *Nouvelle méthode radioscopique de recherche sûre des corps étrangers pendant les interventions chirurgicales.* Note (¹) de MM. **R. Ledoux-Lebard** et **Dauvillier**, transmise par M. d'Arsonval.

On peut considérer aujourd'hui que la pratique idéale de recherche radiologique des projectiles consiste à faire d'abord, dans la position opératoire, un repérage radioscopique rigoureux qui donnera de plus des indications sur leur siège anatomique puis à pratiquer l'extraction sous le contrôle de l'écran auquel on n'aura recours que lorsqu'il sera nécessaire. Théoriquement, aucun projectile ne saurait plus échapper du moment où l'accès chirurgical est possible.

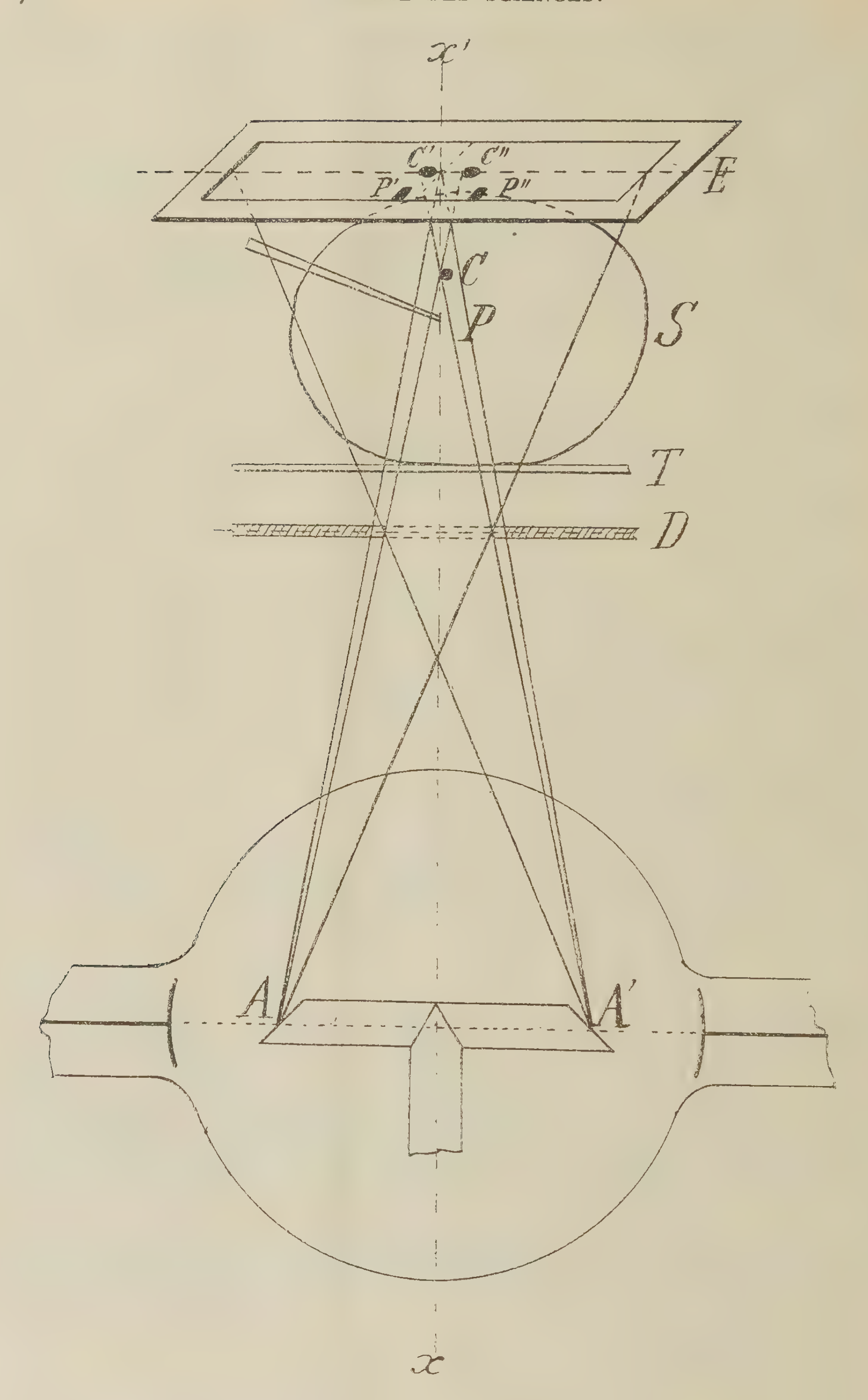
Mais la radioscopie ne fournit, dans les conditions ordinaires, qu'une projection sur un plan. Le radiologiste ne peut donc donner au chirurgien l'indication de profondeur cependant indispensable dans de nombreux cas pour éviter des tâtonnements préjudiciables à l'opéré.

Pour tourner cette difficulté deux méthodes ont été, à notre connaissance, proposées jusqu'ici. L'une, vulgarisée par Wullyamoz, consiste dans l'emploi d'intruments coudés à angle droit qui permettent de se diriger sûrement vers le corps étranger. Mais ils saisissent mal et doivent être manœuvrés par le radiologiste pour être bien dirigés sans trop de difficulté. Ce procédé ne fournit pas d'indication préalable de profondeur et il est inapplicable dans les régions dangereuses où l'on ne saurait enfoncer un instrument à l'aveugle. L'autre méthode, la radiostéréoscopie, étudiée d'abord par Destot, est infiniment séduisante et semble parfaite. Mais les difficultés de son application sont si grandes qu'elle ne saurait entrer encore dans la pratique.

Il nous a semblé qu'il existait un moyen relativement simple d'obtenir

---

(¹) Séance du 11 octobre 1915.


x'
C'
C''
P'
P''
E
C
P
S
T
D
A
A'
x

des indications radioscopiques de profondeur utilisables par le chirurgien au cours de son intervention.

L'industrie fabrique, pour faciliter la pratique de la radiographie stéréoscopique, des ampoules à double anticathode. Une semblable ampoule donne sur un écran fluorescent deux ombres d'un même point opaque symétriquement placées par rapport au plan normal au milieu de la droite qui joint les focus. Soient A et A′ les foyers d'émission, C une balle située en un point quelconque du corps S d'un sujet placé sur la table d'examen T. Nous aurons, sur l'écran fluorescent E, deux images C′ et C″ de cette balle. Introduisons à sa recherche, dans les tissus, une pince P. L'extrémité de cette pince fournira deux images qui ne pourront coïncider avec C′ et C″ que si P coïncide avec C; en cherchant à réaliser la coïncidence des ombres, on réalisera forcément celle des points matériels qui les produisent. D'autre part, il est évident que si la pince se trouve entre le projectile et l'écran, c'est-à-dire moins profonde que lui, l'écartement P′P″ sera inférieur à C′C″ et qu'inversement, si la pince se trouve entre l'ampoule et le projectile, c'est-à-dire plus profonde que ce dernier, l'écartement P′P″ sera supérieur à C′C″.

Mais en pratique une difficulté apparaît : chaque projection due à une anticathode est voilée par l'autre à ce point qu'on n'obtient plus sur l'écran que deux ombres très pâles qui deviennent tout à fait invisibles si l'on observe une région difficile. Pour obtenir une image satisfaisante nous avons pensé à employer un diaphragme qui évite ce voile, tout en laissant se projeter les deux ombres aussi noires et aussi nettes que si chacune d'entre elles était obtenue dans les conditions habituelles.

A cet effet un diaphragme d'ouverture rectangulaire D, formé de deux volets de plomb actionnés par un pignon engrenant sur deux crémaillères, afin de pouvoir en faire varier l'ouverture dans le sens latéral, est disposé au-dessus de la cupule. Il est mobile dans le sens vertical le long d'une glissière, tout en restant disposé de telle sorte que le centre de son ouverture soit toujours sur la verticale XX′, axe de symétrie de l'ampoule. Ceci étant, la recherche et la mise en bonne place du corps étranger dans le champ radioscopique s'effectue comme il suit :

L'écran E étant fixé au-dessus du corps du sujet, on ouvre tout grand le diaphragme et on le fixe à un niveau tel que les deux plages lumineuses qui apparaissent sur l'écran viennent presque coïncider. On recherche ensuite le corps étranger à la manière habituelle; lorsqu'on l'a découvert, on déplace le tube de façon à placer symétriquement les deux ombres par rapport à la ligne noire séparant les deux plages lumineuses; on peut enfin réduire l'ouverture du diaphragme pour augmenter la netteté des ombres.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Coloration vitale par le « carmin soluble » chez les Insectes.* Note [1] de M. **A.-Ch. Hollande**, présentée par M. Henneguy.

Lorsqu'on injecte sous les téguments d'un Insecte une solution aqueuse d'un carminate soluble dans l'eau (carminates de lithium, potassium, sodium ou ammonium), on constate que, au bout d'un temps donné (12 heures environ), diverses cellules de l'Insecte ont absorbé le carminate injecté et apparaissent colorées en rouge.

Le carminate se localise dans le protoplasme de la cellule; il s'observe à l'intérieur de vacuoles à contours plus ou moins définis ou dans des grains figurés préexistants.

La cellule chargée de carminate demeure très longtemps colorée. Après l'action des réactifs fixateurs non acides et montage de la préparation dans le baume de Canada, la couleur carmin persiste.

Toutes les cellules de l'Insecte n'ont pas la propriété, ainsi qu'on sait, d'absorber le carminate injecté; ce pouvoir n'appartient même qu'à deux sortes d'éléments : les cellules péricardiques et les leucocytes-phagocytes du sang. Les tubes de Malpighi n'éliminent pas les carminates. Après injection, les carminates ne traversent pas les cellules digestives.

J'ai recherché si l'absorption des carminates par les éléments cellulaires tenait à la nature chimique de la molécule proprement dite du carmin, ou si cette absorption était liée à l'état de la combinaison soluble sous laquelle se présentait le carmin servant à l'expérimentation.

Le carmin, insoluble dans l'eau, peut être rendu soluble soit en le combinant aux alcalis, soit en le traitant par les acides. Je désignerai les premiers composés du nom d'*alcalino-carmins* ou carminates et les seconds du nom d'*acido-carmins*.

Quelques acido-carmins ont été utilisés dans la technique histologique, comme le picro-carmin, mais je ne crois pas qu'on les ait employés en injection physiologique.

Les acido-carmins qui ont servi à mes injections physiologiques ont été préparés de la manière suivante :

Dans une capsule en porcelaine, on met 1^{g} d'un acide donné, puis on ajoute du carmin pulvérisé, de façon que ce dernier soit en quantité suffisante pour neutraliser l'acide; on délaye lentement le tout dans 100^{cm^3} d'eau distillée, on porte à l'ébullition 10 minutes, on filtre sur papier pour éliminer l'excès de carmin non combiné

[1] Séance du 2 novembre 1915.

à l'acide employé et l'on ramène au volume de 100^{cm^3}. La solution du colorant est alors prête à être utilisée en injection. Si l'on veut obtenir le composé soluble à l'état de poudre, il suffit d'évaporer la solution au bain-marie.

Ce procédé m'a fourni des combinaisons acides de carmin, très stables en solution aqueuse et neutres au papier de tournesol, telles que le sulfo-carmin et le chloro-carmin.

En général, les solutions d'acido-carmin sont nocives pour l'Insecte; elles ne conviennent donc pas toutes pour l'expérimentation. C'est ainsi que le picro-carmin et l'oxalo-carmin tuent l'Insecte rapidement et demandent, pour être utilisés en injection physiologique, à être dilués dans des proportions où il devient dès lors difficile de lire les résultats obtenus.

A la dose de 1 pour 100, en solution aqueuse, le sulfo-carmin est peu nocif; le chloro-carmin paraît être totalement inoffensif. Si, après avoir injecté à un Insecte du sulfo-carmin ou de préférence du chloro-carmin, on sacrifie l'animal, les résultats qu'on observe diffèrent notablement de ceux constatés après l'injection d'un carminate alcalin, du carminate d'ammoniaque par exemple.

Après l'emploi du chloro-carmin, les leucocytes-phagocytes et les cellules péricardiques ont leur protoplasme coloré en rouge franc comme s'il s'agissait d'une injection de carminate d'ammoniaque; mais, en plus, on remarque que les cellules des tubes de Malpighi, de même que le contenu de la lumière de ces tubes, sont très fortement colorées en rouge violacé.

Le sulfo-carmin en injection donne lieu aux mêmes observations; toutefois, les cellules péricardiques sont en général très peu colorées; souvent seuls, les leucocytes-phagocytes et les tubes de Malpighi sont, et surtout ces derniers, colorés en rouge.

En outre, en ingestion, le chloro-carmin se comporte encore différemment du carmin en poudre et des carminates alcalins. Le chloro-carmin traverse les cellules digestives de l'intestin antérieur et colore fortement en rouge le protoplasme de ces cellules. Dans la suite, les leucocytes-phagocytes et les cellules péricardiques absorbent à leur tour la couleur; en dernier lieu, les tubes de Malpighi se montrent colorés. Le temps nécessaire au passage du chloro-carmin du tube digestif aux tubes de Malpighi varie de 12 à 48 heures, suivant l'Insecte considéré.

On voit donc que, à l'inverse des carminates alcalins, les acido-carmins ne demeurent pas longtemps dans le protoplasme des cellules qui les absorbent; en quelques jours, ils sont totalement éliminés de l'organisme par les tubes de Malpighi.

En résumé, les combinaisons acides du carmin se comportent bien diffé-

remment des combinaisons alcalines, les premières pourront être absorbées par la plupart des cellules absorbantes : cellules digestives, leucocytes-phagocytes, cellules péricardiques et cellules rénales; les secondes ne seront absorbées que par les leucocytes-phagocytes et les cellules péricardiques. De plus, les acido-carmins ne font, pour ainsi dire, que traverser la cellule, tandis que les carminates y séjournent parfois de longs mois, fait qui s'explique aisément, ainsi que j'ai pu le constater, par la transformation du carminate alcalin en carmin pur, c'est-à-dire en carmin peu soluble dans l'alcool, insoluble dans l'eau, mais soluble dans les acides et les bases même diluées.

Enfin, le carmin pouvant être regardé, dans ses combinaisons chimiques, comme jouant le rôle d'un acide vis-à-vis des bases, ou de base vis-à-vis des acides, l'emploi des acido-carmins et des carminates alcalins, en injection physiologique, montre qu'une cellule vivante peut absorber, soit les acido-composés seuls (cellules digestives et cellules malpighiennes), soit les alcalino- et les acido-composés (cellules péricardiques et leucocytes-phagocytes) d'une même substance colorante.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

G. D.